# TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

# Matrizes em Computação Gráfica

- **As matrizes são mais fáceis de usar e entender do que as equações algébricas.**

- **As matrizes são parecidas com o modelo organizacional da memória dos computadores**

- **matrizes quadradas de 2x2 – 2D (x,y)**
  **3x3 – 3D (x,y,z)**

# Pontos, Vetores e Matrizes

- **Vetores linhas, ou vetores colunas**

$$A = [2,3] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = [1,1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- **Matriz quadrada**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$ **2x3, ou seja, com 2 linhas e 3 colunas**

- **Outras formas de representação**

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \textbf{ ou } \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \cdots \text{ou} \cdots \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

# Aritmética de Vetores e Matrizes

- **Adição: [1 1 1] +[2 0 3] = [3 1 4]**

- **Subtração: [1 1 1] - [2 0 3] = [-1 1 –2]**

- **Multiplicação:**

$$\frac{1}{2} \text{ x } \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Transposta de um vetor ou matriz: $[2 \;\; 3]^T = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$**

# Aritmética de Vetores e Matrizes

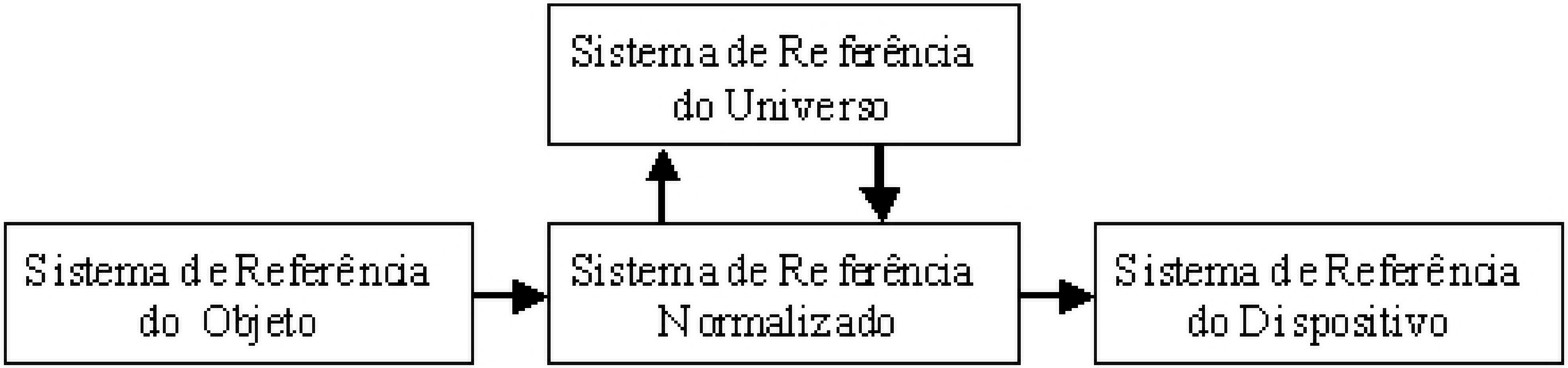
- **Multiplicação entre matrizes:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1x7+2x5 & 1x6+2x0 \\ 3x7+4x5 & 3x6+4x0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 6 \\ 41 & 18 \end{bmatrix}$$

- **Operações impossíveis:**

$$V_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \ \text{x} \ V_2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

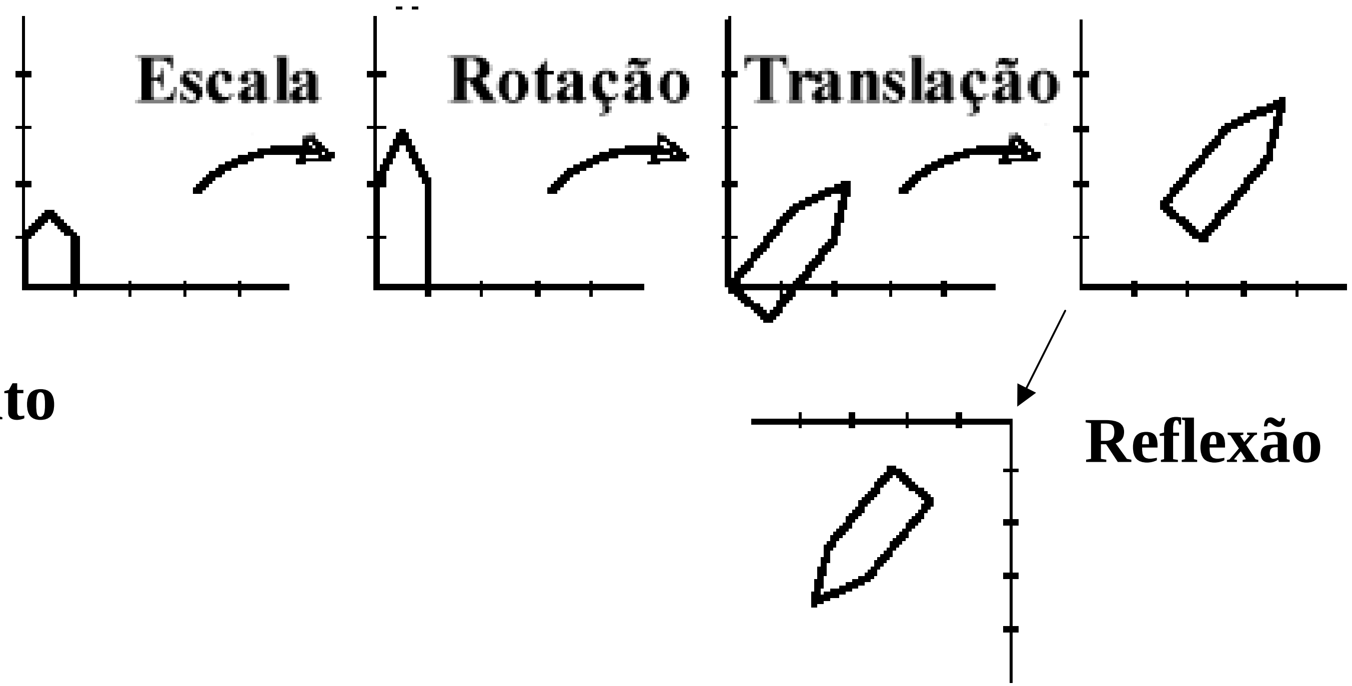
# Sistemas de Coordenadas




- **Transformações entre Sistemas de Coordenadas**

# Transformações em Pontos e Objetos

- Translação
- Escala
- Rotação
- Reflexão
- Cisalhamento



# Transformações em Pontos e Objetos

- **Translação:**

$$[x'\ y'\ z'] = [x\ y\ z] + [Tx\ Ty\ Tz]$$

- **Escala:**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xS_x & yS_y & zS_z \end{bmatrix}$$

- **Rotação:**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \mathrm{sen}(\alpha) & 0 \\ -\mathrm{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \mathrm{sen}(\beta) \\ 0 & -\mathrm{sen}(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & -\mathrm{sen}(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathrm{sen}(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$$

# Coordenadas Homogêneas

- **Otimizar a aplicação de cisalhamento, reflexão, rotação e escala.**
- **As operações de translação têm de ser conduzidas em separado.**

**(x',y',z',M) onde M <> 0**

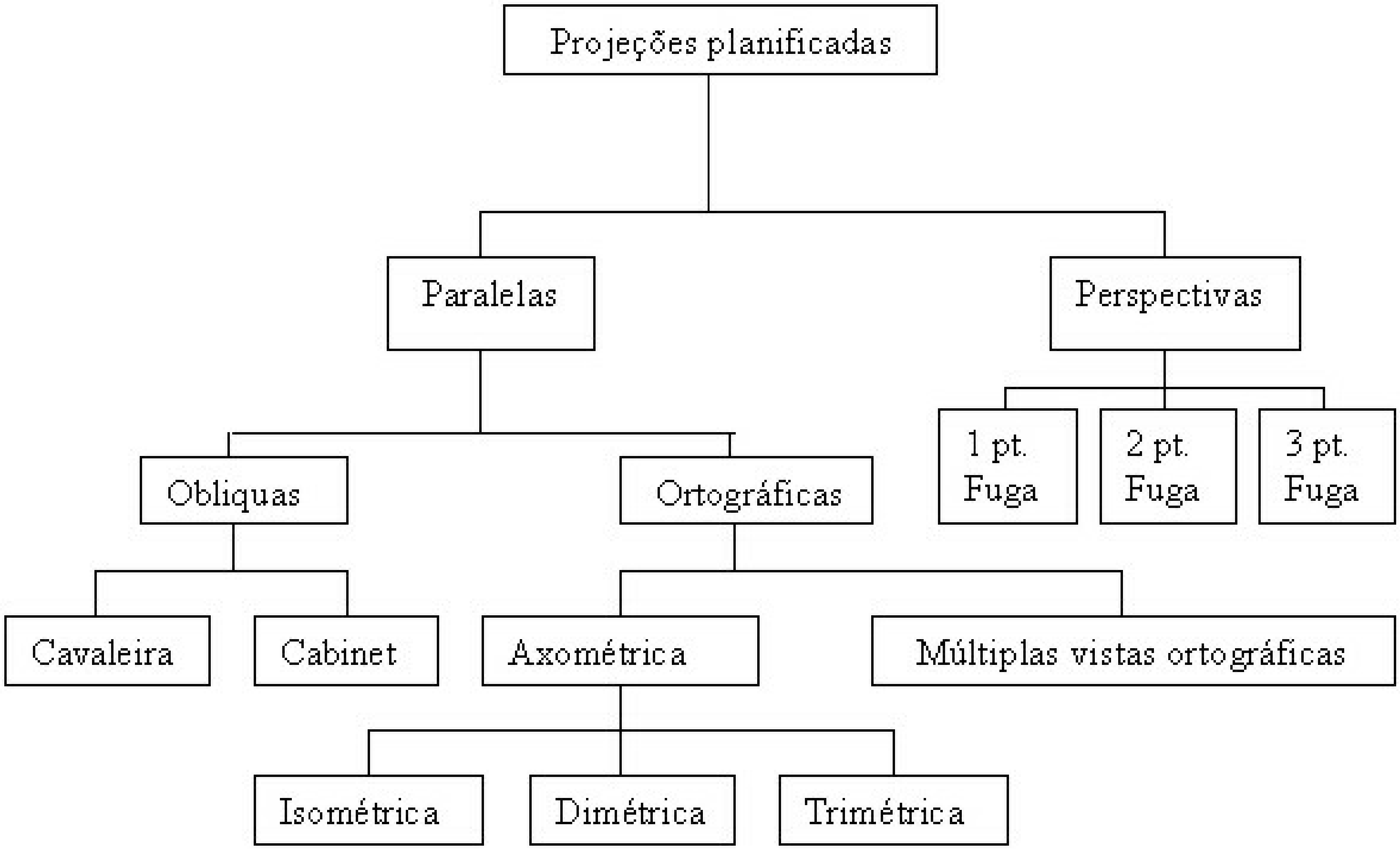
- **(2,3,4,6) e (4,6,8,12) é o mesmo ponto com diferente representação**

$$\text{Matriz de rotação} \rightarrow [x \quad y \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriz de escala} \rightarrow [x \quad y \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

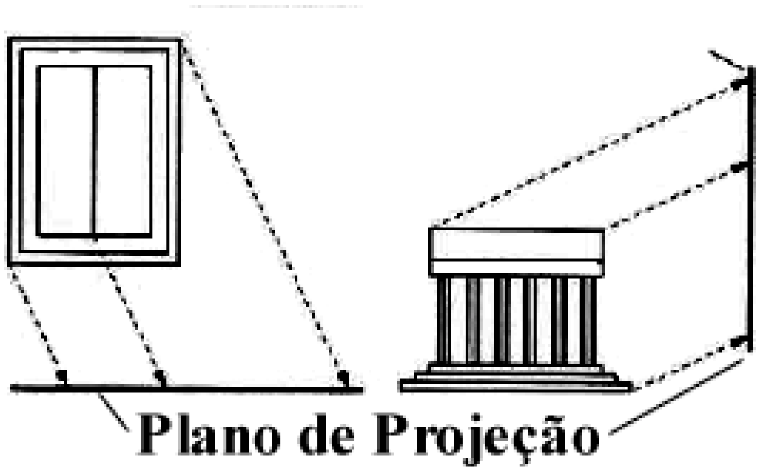
# Projeções Geométricas

- **Permitem a visualização bidimensional de objetos tridimensionais.**



# Projeções Paralelas Ortográficas

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Projeções Paralelas Axométricas

- Os planos do objeto são inclinados com relação ao plano de projeção.

- **Isométrica**

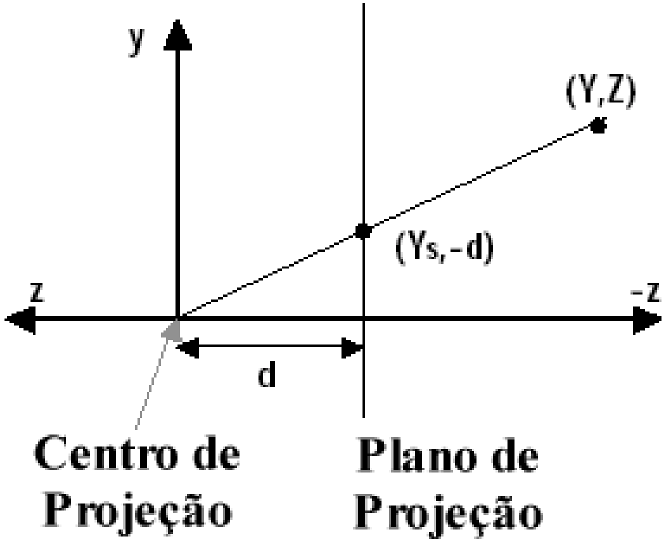
$$[x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} \cos\delta & \operatorname{sen}\delta\operatorname{sen}\beta & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\delta & -\operatorname{sen}\beta\cos\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x' \quad y' \quad z' \quad 1]$$

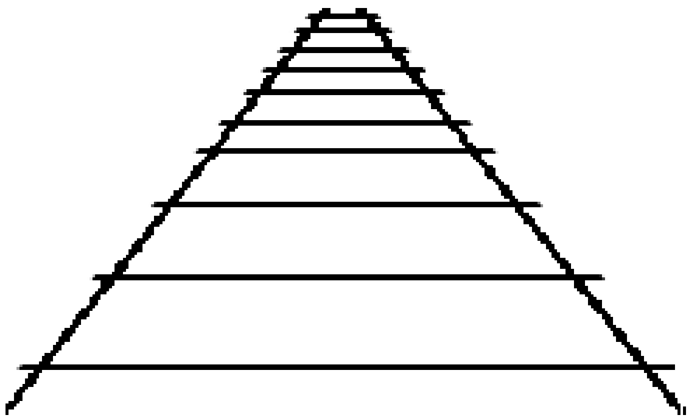
- **Dimétrica:** apenas dois eixos terão a mesma redução

- **Trimétrica:** cada eixo sofrerá uma transformação de escala própria

# Projeção Perspectiva ou Cônica

- **Representação do espaço 3D, da forma vista pelo olho humano .**



# Projeção Perspectiva ou Cônica

- **centro de projeção localizado ao longo do eixo x**

$$[x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dfrac{-1}{fx} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x' \quad y' \quad z' \quad 1]$$

- **centro de projeção localizado ao longo do eixo y**

$$[x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{-1}{fy} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x' \quad y' \quad z' \quad 1]$$

**FIM**

**www.campus.com.br**